

"Modélisation mécanique multi-échelles des glaces de mer"

Matthias RABATEL

18 Mars 2013



Figure: Banquise

Modèles continus, élasto-fragiles [1]

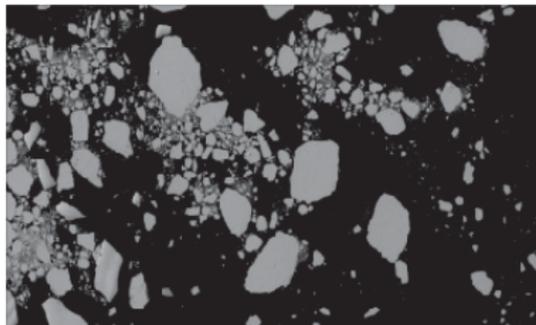


Figure: Zone marginale (MIZ)

Modèles granulaires, dynamiques [2]

Objectif :

Construire un modèle permettant de faire le lien entre les différents comportements

Hypothèses :

- 1 Les glaces de mer sont des objets plans
- 2 Les objets sont rigides
- 3 Les forces extérieures sont les courants marins et les vents

Hypothèses :

- 1 Les glaces de mer sont des objets plans
- 2 Les objets sont rigides
- 3 Les forces extérieures sont les courants marins et les vents
- 4 Aucune restriction sur la géométrie des objets
- 5 Aucune restriction sur la taille des objets
- 6 Les forces de collision sont déterminées en fonction de la cinématique et de la géométrie des floes

Hypothèses :

- 1 Les glaces de mer sont des objets plans
- 2 Les objets sont rigides
- 3 Les forces extérieures sont les courants marins et les vents
- 4 Aucune restriction sur la géométrie des objets
- 5 Aucune restriction sur la taille des objets
- 6 Les forces de collision sont déterminées en fonction de la cinématique et de la géométrie des floes

Le modèle :

- 1 Le mouvement est simulé à partir des équations fondamentales de la dynamique
- 2 Les collisions sont traitées avant qu'elles n'entraînent une interpénétration
- 3 Le pas de temps varie pour éviter les interpénétrations

Hypothèses :

- 1 Les glaces de mer sont des objets plans
- 2 Les objets sont rigides
- 3 Les forces extérieures sont les courants marins et les vents
- 4 Aucune restriction sur la géométrie des objets
- 5 Aucune restriction sur la taille des objets
- 6 Les forces de collision sont déterminées en fonction de la cinématique et de la géométrie des floes

Le modèle :

- 1 Le mouvement est simulé à partir des équations fondamentales de la dynamique
- 2 Les collisions sont traitées avant qu'elles n'entraînent une interpénétration
- 3 Le pas de temps varie pour éviter les interpénétrations

Les objectifs :

- 1 Obtenir des simulations avec un grand nombre d'objets (> 10000)
- 2 Eviter les interpénétrations
- 3 Prendre en compte la friction éventuelle lors de la collision

Objectifs :

- 1 Permet la sélection des objets en collision
- 2 Permet la localisation d'une collision

Objectifs :

- 1 Permet la sélection des objets en collision
- 2 Permet la localisation d'une collision

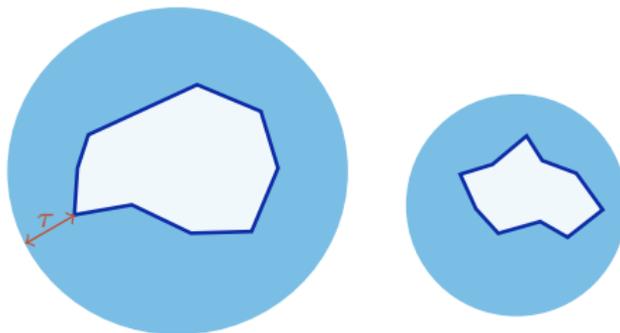


Figure: Configuration 1

Proposition (Critère suffisant pour la non collision)

λ est la borne supérieure des tailles des mailles des disques ($\lambda < \tau$).

$$R_1 + R_2 - d(C_1, C_2) < \tau_1 + \tau_2 - \lambda \Rightarrow S_1 \text{ et } S_2 \text{ ne sont pas en collisions} \quad (1)$$

Objectifs :

- 1 Permet la sélection des objets en collision
- 2 Permet la localisation d'une collision

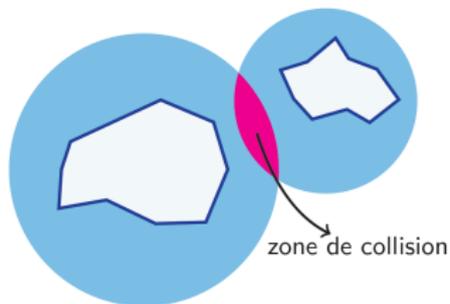


Figure: Configuration 2

Caractéristiques :

- 1 Le critère (1) n'est pas vérifié
- 2 Au moins un des deux objets n'intercepte pas la zone de collision

Objectifs :

- 1 Permet la sélection des objets en collision
- 2 Permet la localisation d'une collision

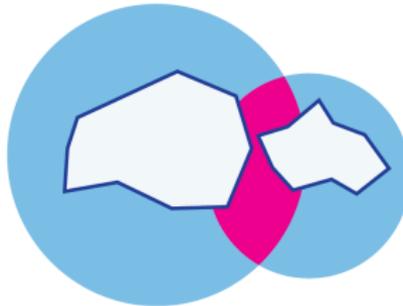
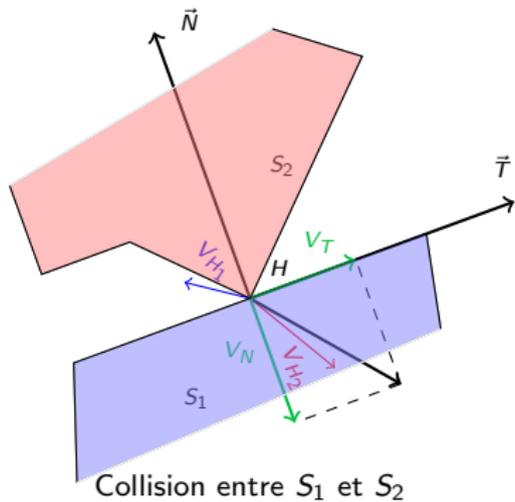
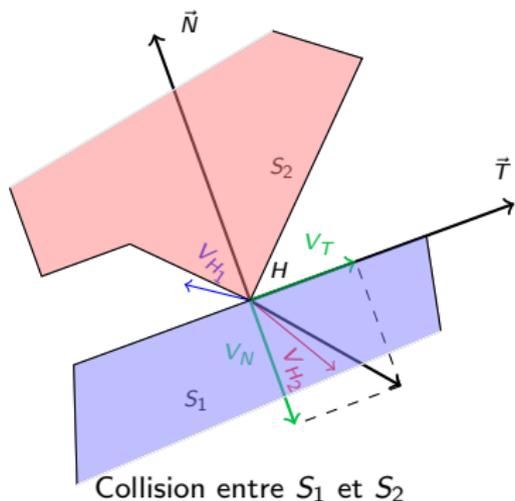


Figure: Configuration 3

Caractéristiques :

- 1 Le critère (1) n'est pas vérifié
- 2 Les deux objets interceptent la zone de collision





Force de collision

F_c est la force de collision du solide S_2 sur S_1 en H .

$$F_c(H) = a\vec{N} - b\vec{T}$$

Avec $0 \leq a$, $0 \leq b \leq \mu a$ et μ le coefficient de friction glace-glace.

Force de collision

F_c est l'ensemble des forces de collision. J et D représentent respectivement les composantes normales et tangentielles des repères de collision. Avec D de telle sorte que les directions des composantes tangentielles de la force de collision et de la vitesse relative du point de collision soient opposées.

$$F_c = Ja + Db$$

Avec $0 \leq a$, $0 \leq b \leq \mu a$ et μ le coefficient de friction glace-glace.

Force de collision

F_c est l'ensemble des forces de collision. J et D représentent respectivement les composantes normales et tangentielles des repères de collision. Avec D de telle sorte que les directions des composantes tangentielles de la force de collision et de la vitesse relative du point de collision soient opposées.

$$F_c = Ja + Db$$

Avec $0 \leq a$, $0 \leq b \leq \mu a$ et μ le coefficient de friction glace-glace.

Principe fondamental de la dynamique

Les indices $-$ et $+$ correspondent à l'instant avant et après la collision.

V est le vecteur vitesse des objets dans \mathcal{R}_a .

M est la matrice des masses des objets.

Δt est le pas de temps.

Les impulsions sont $\lambda = a\Delta t$ et $\beta = b\Delta t$.

$$V^+ = V^- + M^{-1}J\lambda + M^{-1}D\beta \quad (1)$$

Force de collision

F_c est l'ensemble des forces de collision. J et D représentent respectivement les composantes normales et tangentielles des repères de collision. Avec D de telle sorte que les directions des composantes tangentielles de la force de collision et de la vitesse relative du point de collision soient opposées.

$$F_c = Ja + Db$$

Avec $0 \leq a$, $0 \leq b \leq \mu a$ et μ le coefficient de friction glace-glace.

Problème linéaire complémentaire

Les indices $-$ et $+$ correspondent à l'instant avant et après la collision.

V est le vecteur vitesse des objets dans \mathcal{R}_a .

M est la matrice des masses des objets.

Δt est le pas de temps.

Les impulsions sont $\lambda = a\Delta t$ et $\beta = b\Delta t$.

$$\begin{cases} V^+ = V^- + M^{-1}J\lambda + M^{-1}D\beta \\ \lambda \geq 0 \quad \perp \quad J^T V^+ \geq -\varepsilon J^T V^- & \text{Signorini - Fischera} \\ \beta \geq 0 \quad \perp \quad \mu\lambda - \beta \geq 0 & \text{Coulomb} \end{cases} \quad (1)$$

Problème linéaire complémentaire

Les indices $-$ et $+$ correspondent à l'instant avant et après la collision.

V est le vecteur vitesse des objets dans \mathcal{R}_a .

M est la matrice des masses des objets.

Δt est le pas de temps.

Les impulsions sont $\lambda = a\Delta t$ et $\beta = b\Delta t$.

$$\left\{ \begin{array}{l} V^+ = V^- + M^{-1}J\lambda + M^{-1}D\beta \\ \lambda \geq 0 \quad \perp \quad J^T V^+ \geq -\varepsilon J^T V^- \quad \text{Signorini - Fischera} \\ \beta \geq 0 \quad \perp \quad \mu\lambda - \beta \geq 0 \quad \text{Coulomb} \end{array} \right. \quad (1)$$

Réflexion généralisée [3]

$$\lambda = \min_{y \geq 0} \left[\frac{1}{2} (Jy + (1 + \varepsilon)MV^-)^T M^{-1} (Jy + (1 + \varepsilon)MV^-) \right] \quad (2)$$

Problème linéaire complémentaire

Les indices $-$ et $+$ correspondent à l'instant avant et après la collision.

V est le vecteur vitesse des objets dans \mathcal{R}_a .

M est la matrice des masses des objets.

Δt est le pas de temps.

Les impulsions sont $\lambda = a\Delta t$ et $\beta = b\Delta t$.

$$\left\{ \begin{array}{l} V^+ = V^- + M^{-1}J\lambda + M^{-1}D\beta \\ \lambda \geq 0 \quad \perp \quad J^T V^+ \geq -\varepsilon J^T V^- \quad \text{Signorini - Fischera} \\ \beta \geq 0 \quad \perp \quad \mu\lambda - \beta \geq 0 \quad \text{Coulomb} \end{array} \right. \quad (1)$$

Dissipation maximale

λ est connu

$$\beta = \min_{0 \leq z \leq \mu\lambda} \left[z^T D^T (V^- + M^{-1}J\lambda + M^{-1}Dz) \right] \quad (2)$$

Problème linéaire complémentaire

Les indices $-$ et $+$ correspondent à l'instant avant et après la collision.

V est le vecteur vitesse des objets dans \mathcal{R}_a .

M est la matrice des masses des objets.

Δt est le pas de temps.

Les impulsions sont $\lambda = a\Delta t$ et $\beta = b\Delta t$.

$$\begin{cases} V^+ & = & V^- + M^{-1}J\lambda + M^{-1}D\beta \\ \lambda \geq 0 & \perp & J^T V^+ \geq -\varepsilon J^T V^- \quad \text{Signorini - Fischera} \\ \beta \geq 0 & \perp & \mu\lambda - \beta \geq 0 \quad \text{Coulomb} \end{cases} \quad (1)$$

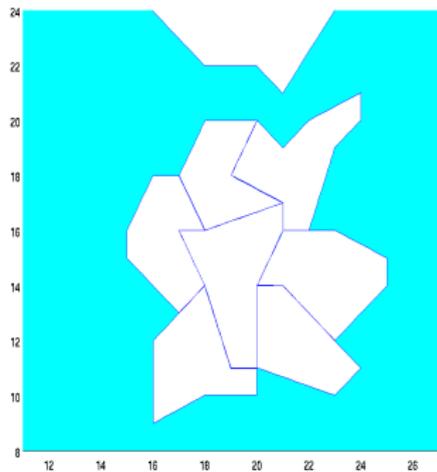
Réflexion généralisée [3]

$$\lambda = \min_{y \geq 0} \left[\frac{1}{2} (Jy + (1 + \varepsilon)MV^-)^T M^{-1} (Jy + (1 + \varepsilon)MV^-) \right] \quad (2)$$

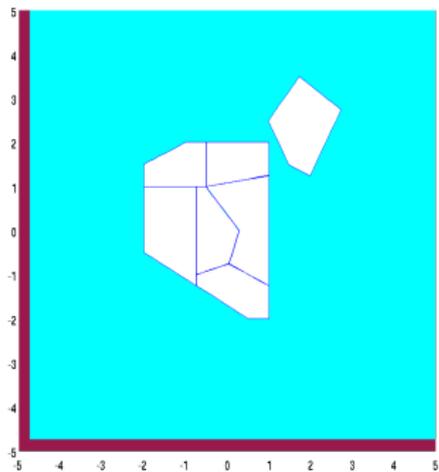
Dissipation maximale

λ est connu

$$\beta = \min_{0 \leq z \leq \mu\lambda} \left[z^T D^T (V^- + M^{-1}J\lambda + M^{-1}Dz) \right] \quad (3)$$



Floes libres
(sans courants, sans vents, $\varepsilon = 0$)



Floes avec obstacles
(courants + vents, $\varepsilon = 0.5$)



Île de Hans (1981)

Les perspectives :

- 1 Déterminer ε en fonction de l'impact de la collision
- 2 Relier les paramètres des différents modèles
- 3 Passage multi-échelle (Exemple : pas-de-temps propre à chaque floe)

- [1] JÉRÔME WEISS, *Drift, Deformation and Fracture of Sea Ice – A perspective across scales*, SPRINGER, 2013.
- [2] AGNIESZKA HERMAN, *Molecular-dynamics simulation of clustering processes in sea-ice floes*, PHYSICAL REVIEW, E 84, 056104, 2011.
- [3] DANNY KAUFMAN, *Reflections on Simultaneous Impact*, ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH 2012), 31(4), August 2012.